

問題 実数  $a$  および自然数  $n$  に対して、定積分

$$I(a, n) = \int_0^{2\pi} e^{ax} \sin(nx) dx$$

を考える。ここで  $e$  は自然対数の底である。

(1)  $I(a, n)$  を求めよ。

(2)  $a_n = \frac{\log n}{2\pi}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) のとき、極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} I(a_n, n)$  を求めよ。ただし、 $\log n$  は  $n$  の自然対数である。また、必要ならば  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n}{n} = 0$  であることを用いてもよい。