2020 年度　北海道大学　前期理系　第５問

問題　a を正の定数とする。微分可能な関数 $f(x)$ はすべての実数 x に対して次の条件を満たしているとする。

$$0 < f(x) < 1,\ \int_0^x \frac{f'(t)}{\{1-f(t)\}f(t)}\,dt = ax$$

さらに，$f(0) = \dfrac{1}{3}$ であるとする。

(1)　$f(x)$ を求めよ。

(2)　曲線 $y = f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = 0,\ x = 1$ で囲まれる図形の面積 $S(a)$ を求めよ。さらに，$\displaystyle\lim_{a \to +0} S(a)$ を求めよ。

N_hokudai2020A_05.pbm