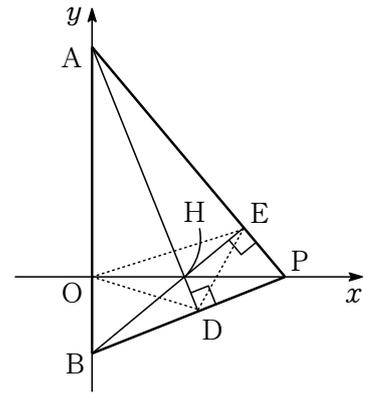


2019年度 広島大学 前期理系 第5問

問題 原点を O とする座標平面上において、点 $A(0, 3)$, $B(0, -1)$ および x 軸上の正の部分を通る点 $P(t, 0)$ があり、 $\angle APB$ は鈍角でないとする。 $\triangle ABP$ の垂心を H 、頂点 A から辺 BP に下ろした垂線と辺 BP との交点を D 、頂点 B から辺 PA に下ろした垂線と辺 PA との交点を E とする。次の問いに答えよ。ただし、三角形の各頂点から対辺、またはその延長に下ろした3本の垂線は1点で交わることが知られている。その交点のことを、三角形の垂心という。



(1) $\angle APB$ が直角となる t の値を求めよ。

(2) 点 H の座標を t を用いて表せ。

以下では、 t が (1) で求めた値よりも大きい値をとるとする。

(1) 点 H が $\triangle ODE$ の内心であることを証明せよ。ただし、1組の対角の和が 180° である四角形は円に内接することを、証明なしに利用してもよい。

(2) $\triangle ODE$ の内接円の半径を t の関数 $f(t)$ として表せ。

(3) (4) で求めた関数 $f(t)$ は最大値をもつことを示せ。ただし、最大値を与える t の値を求める必要はない。