

2019年度 広島大学 前期理系 第3問

問題 関数 $f(x)$ は実数全体で連続で、すべての実数 x に対して

$$f(x) = (1-x)\cos x + x\sin x - \int_0^x e^{x-t}f(t)dt$$

を満たすとする。ただし、 e は自然対数の底である。次の問いに答えよ。

- (1) $f(0)$ の値を求めよ。また、 $f'(x) = 2(x-1)\cos x$ が成り立つことを示せ。
- (2) $f(x)$ を求めよ。
- (3) 方程式 $f(x) = 0$ は、 $0 < x < \pi$ の範囲にただ一つの解をもつことを示せ。
- (4) (3) のただ一つの解を α とする。曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq \alpha$)、 x 軸および y 軸によって囲まれる部分の面積を S_1 とし、曲線 $y = f(x)$ ($\alpha \leq x \leq \pi$)、 x 軸および直線 $x = \pi$ によって囲まれる部分の面積を S_2 とする。 S_1 と S_2 の大小を判定せよ。

N_hiroshima2019A_03.pbm