

2019年度 広島大学 前期理系 第1問

問題 $a > 0$, $r > 0$ とし, 数列 $\{a_n\}$ を初項 a , 公比 r の等比数列とする。また, 数列 $\{b_n\}$ は次のように定義される。

$$b_1 = a_1, \quad b_{n+1} = b_n a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

(1) b_n を a , r および n を用いて表せ。

(2) 一般項が

$$c_n = \frac{\log_2 b_n}{n}$$

である数列 $\{c_n\}$ は等差数列であることを証明せよ。

(3) (2) で与えられた数列 $\{c_n\}$ の初項から第 n 項までの平均を M_n とする。すなわち,

$$M_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n c_k$$

とする。このとき, 一般項が

$$d_n = 2^{M_n}$$

である数列 $\{d_n\}$ は等比数列であることを証明せよ。