2019 年度　弘前大学　前期理系　第３問

問題　次の問いに答えよ。

(1)　$x>0$ において，

$$x\log x \geqq x-1$$

となることを示せ。さらに，等号が成り立つときの x の値を求めよ。

(2)　a，b は定数で，$a>b>0$ とする。$x>0$ に対して，

$$f(x)=\left(\frac{a^x+b^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$$

$$A(x)=\frac{2a^x}{a^x+b^x},\quad B(x)=\frac{2b^x}{a^x+b^x}$$

とおく。

(i)　$\dfrac{f'(x)}{f(x)}=\dfrac{1}{2x^2}\{A(x)\log A(x)+B(x)\log B(x)\}$ となることを示せ。

(ii)　$f(x)$ は $x>0$ において，増加することを示せ。

(iii)　$\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)=a$ を示せ。

N_hirosaki2019A_03.pbm