

2021 年度 群馬大学 前期理系 第 4 問

問題 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ について答えよ。 n を正の整数とすると、

$$a_1 = 1, b_1 = \sqrt{2}, a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, b_{n+1} = \frac{2a_nb_n}{a_n + b_n}$$

- (1) 不等式 $b_m < a_m$ を満たす正の整数 m をすべて求めよ。
- (2) $a_1, b_1, a_m, b_m, a_{m+1}, b_{m+1}$ の大小関係を不等号 $<$ を用いて表せ。ここで、 m は 2 以上の整数である。
- (3) n を正の整数とすると、不等式 $|a_n - b_n| < 2^{(1-2^n)}$ が成り立つことを証明せよ。

N_gunma2021A_04.pbm