

2018年度 群馬大学 前期理系 第3問

問題 $t = \cos \theta$ とする。自然数 n について、ド・モアブルの定理 $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ が成り立つことにより $\cos n\theta$ を t の n 次多項式として表すことができる。この多項式を $f_n(t)$ とし、変数 t についての $f_n(t)$ の導関数を $f'_n(t)$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) $f_6(t)$ を求めよ。
- (2) 自然数 m について $f_{2m}(t)$ の t^{2m} の係数を求めよ。
- (3) $f_n(t)^2 + (1-t^2) \left\{ \frac{1}{n} f'_n(t) \right\}^2 = 1$ が成り立つことを示せ。

N_gunma2018A_03.pbm