

2017年度 群馬大学 前期理系 第5問

問題 関数 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\log x$ がある。曲線 $y = f(x)$ ($1 \leq x \leq e$) を C とし、直線 $y = x$ を ℓ とする。 C 上の点 $A(1, f(1))$, $B(e, f(e))$ から ℓ に下した垂線の足をそれぞれ M , N とする。ただし、 $\log x$ は e を底とする自然対数である。

(1) C の長さを求めよ。

(2) C 上の点 $P(x, f(x))$ から ℓ に下ろした垂線の足 Q について、線分 MQ の長さを $g(x)$ とおくと、 $\sqrt{2} \int_0^{g(e)} \log g^{-1}(t) dt$ を求めよ。ただし、 $g^{-1}(x)$ は $g(x)$ の逆関数である。

N_gunma2017A_05.pbm