

2024 年度 岐阜大学 前期理系 第 2 問

問題 n を自然数, x, y を正の実数とする。以下の問に答えよ。ただし, 必要ならば $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$, $0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$ を用いてよい。

- (1) 相加平均と相乗平均の関係 $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\frac{1}{2}(\log_{10} x + \log_{10} y) \leq \log_{10} \left(\frac{x+y}{2} \right)$ が成り立つことを示せ。
- (3) k を $k \leq n$ を満たす自然数とする。 $\frac{1}{2}(\log_{10} k + \log_{10}(n+1-k)) \leq \log_{10} \left(\frac{n+1}{2} \right)$ が成り立つことを示せ。
- (4) $\log_{10}(n!) \leq n \log_{10} \left(\frac{n+1}{2} \right)$ が成り立つことを示せ。
- (5) $2024!$ の桁数は 6100 以下であることを示せ。

N_gifu2024A_02.pbm