

2020年度 岐阜大学 後期理系 第4問

**問題** 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を次のように定める。

$$a_1 = 1, b_1 = 1, a_{n+1} = 8a_n + 21b_n, b_{n+1} = 3a_n + 8b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき  $a_n > 0$ ,  $b_n > 0$  である。以下の問に答えよ。

- (1)  $a_1^2 - 7b_1^2$  と  $a_2^2 - 7b_2^2$  の値を求めよ。
- (2)  $a_n^2 - 7b_n^2$  が  $n$  によらない定数であることを示せ。
- (3)  $b_n \geq 8^{n-1}$  が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$  を求めよ。

N\_gifu2020C\_04.pbm