

2019年度 岐阜大学 後期理系 第3問

問題 四面体 OABC が次の条件を満たすものとする。

$$OA = OB = OC = BC = 1, \angle AOB = \angle AOC = 45^\circ$$

$\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく。△ABC の重心を G とおく。 $0 < t < 1$ として、OA を $t : (1-t)$ に内分する点を P, OB を $(1-t) : t$ に内分する点を Q, OC を $(1-t) : t$ に内分する点を R とおく。また、3点 P, Q, R を通る平面と線分 OG の交点を S とおく。以下の問に答えよ。

- (1) \vec{OG} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) \vec{PQ} , \vec{PR} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , t を用いて表せ。
- (3) \vec{OS} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , t を用いて表せ。
- (4) 線分 OS の長さが最大となる t の値を求めよ。
- (5) t を (4) で求めた値としたとき、 $\cos \angle QPR$ の値を求めよ。

N_gifu2019C_23.pbm