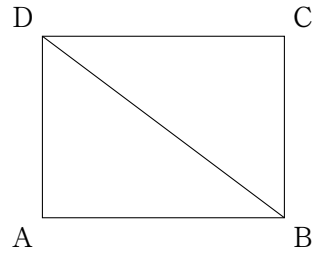


2019年度 岐阜大学 後期理系 第1問

問題 下図のように、4つの異なる点 A, B, C, D と、それらを結ぶ5つの線分 AB, BC, CD, DA, BD を考える。点 P は次の2つの規則 (i), (ii) にしたがって、点 A, B, C, D を移動してゆく。以下において、 n は自然数とする。



(i) 時刻 0 において、点 P は点 A にいる。

(ii) 点 P は、時刻が n になると、時刻 $n-1$ のときにいた点から 1 本の線分で結ばれる点のいずれかに移動する。そのとき、それぞれの点に移動する確率はすべて等しい。

たとえば、時刻 $n-1$ に点 P が点 A にいれば、時刻 n には点 B または点 D にいる。そのとき、点 B に移動する確率、点 D に移動する確率はともに $\frac{1}{2}$ である。また、時刻 $n-1$ に点 P が点 D にいれば、時刻 n には点 A, B, C のいずれかにいる。そのとき、点 A に移動する確率、点 B に移動する確率、点 C に移動する確率はともに $\frac{1}{3}$ である。時刻 n に点 P が点 A, B, C, D にいる確率を、それぞれ a_n, b_n, c_n, d_n とする。以下の間に答えよ。

- (1) b_1 と b_2 をそれぞれ求めよ。
- (2) b_{n+1} と c_{n+1} を、 a_n, b_n, c_n, d_n を用いてそれぞれ表せ。
- (3) $b_n = d_n$ と $a_n = c_n$ が成り立つことをそれぞれ示せ。
- (4) b_{n+2} を b_{n+1} と b_n を用いて表せ。
- (5) $e_n = b_{n+1} - b_n$ とおく。数列 $\{e_n\}$ の一般項を求めよ。
- (6) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ をそれぞれ求めよ。