

2017年度 岐阜大学 後期理系 第3問

問題 定義域が $x > 0$ である関数 $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}$ を考える。以下の問に答えよ。

- (1) $x > 0$ のとき, $x > \log(1 + x)$ を示せ。
- (2) $f(x)$ は区間 $x > 0$ で減少することを示せ。
- (3) 自然対数の底 e が $e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ となることを用いて, 正の整数 m に対して $f(m) > e$ となることを示せ。
- (4) 2 以上の整数 m に対して,

$$2 \left(\frac{m+1}{e}\right)^{m+1} > m!$$

となることを示せ。必要であれば $e < 3$ であることを用いてもよい。

N_gifu2017C_03.pbm