

## 2017年度 岐阜大学 前期理系 第3問

**問題**  $n$  を 3 以上の整数とする。半径 1 の円に内接する正  $n$  角形の面積を  $I_n$ , 外接する正  $n$  角形の面積を  $E_n$  とする。 $m$  を正の整数とし,  $a_m = \cos\left(\frac{\pi}{3 \cdot 2^m}\right)$  とおく。以下の間に答えよ。

- (1)  $a_2 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $I_n$  と  $E_n$  を,  $n$  と三角比を用いて表せ。
- (3)  $\sin\left(\frac{\pi}{3 \cdot 2^m}\right)$  と  $\tan\left(\frac{\pi}{3 \cdot 2^m}\right)$  を,  $a_m$  を用いて表せ。
- (4) 面積の比較により  $\pi > I_n$  および  $\pi < E_n$  となることを用いて,

$$3 \cdot 2^m \sqrt{1 - a_m^2} < \pi < 3 \cdot 2^m \frac{\sqrt{1 - a_m^2}}{a_m}$$

が成り立つことを示せ。

- (5) (4) を用いて,

$$3(\sqrt{6} - \sqrt{2}) < \pi < 12(2 - \sqrt{3})$$

が成り立つことを示せ。

N\_gifu2017A\_03.pbm