

2020 年度 福井大学 前期理系 第 4 問

問題 座標空間において、高さ 6 の円柱 K がある。1 つの底面は xy 平面上にあり、原点 O を中心とする半径 2 の円である。この円を C とする。もう 1 つの底面は平面 $z = 6$ 上にあり、点 $P(0, 0, 6)$ を中心とする半径 2 の円である。すべての辺が円 C に接するような正 n 角形 ($n = 3, 4, 5, \dots$) を A_n とする。点 $(2, 0, 0)$ は、 C と A_n が接する点の 1 つである。 A_n を底面とし、点 P を頂点とする正 n 角錐^{すい}を L_n とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(注意) 正 n 角錐とは底面が正 n 角形で、側面がすべて合同な二等辺三角形である角錐のことである。

- (1) A_n の 1 つの頂点と点 P を通る直線は K の側面と交わる。この交点の z 座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた z 座標を t_n とおく。 L_n と K の共通部分で、 $z \geq t_n$ を満たす部分の体積を求めよ。
- (3) (2) で求めた体積を W_n とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} W_n$ を求めよ。

N_fukui2020A_04.pbm