2018 年度　福井大学　前期理系　第 2 問

問題　実数から実数への関数 $f(x)$ は，次の 2 つの条件を満たす。

- 任意の実数 x，y に対して，$|f(x)-f(y)|=|x-y|$
- x が整数のとき，$f(x)$ も整数

このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　$f(x)$ はどの値も固定しない，すなわち，任意の実数 x に対して $f(x)$ は x と異なるとき，$f(x)=x+n$（n は 0 以外の整数）となることを示せ。

(2)　$f(x)$ が 1 点 x_0 のみを固定するとき，すなわち，ただ 1 つの実数 x_0 に対して $f(x_0)=x_0$ となるとき，x_0 を $f(0)$ を用いて表せ。

(3)　$f(x)$ が 2 点以上の点を固定するとき，すなわち，少なくとも 2 つの実数 x_1，x_2（$x_1 \neq x_2$）に対して $f(x_1)=x_1$ かつ $f(x_2)=x_2$ となるとき，任意の実数 x に対して $f(x)=x$ となることを示せ。

N_fukui2018A_02.pbm