2016 年度　愛媛大学　前期理系　第３問

問題　z_0 を虚数単位 i と異なる複素数とする。複素数 z_n を

$$z_n = i + \frac{\sqrt{2}(z_{n-1} - i)(1 + i)}{2} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

によって定める。

(1)　すべての自然数 n に対し $z_n \neq i$ であることを示せ。

(2)　$\dfrac{z_n - i}{z_{n-1} - i}$ の絶対値 r と偏角 θ を求めよ。ただし，θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(3)　$z_m = z_0$ となる最小の自然数 m を求めよ。

(4)　複素数平面上において z_n の表す点を P_n とする。(3) で求めた m に対し m 本の線分 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1$，$\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$，……，$\mathrm{P}_{m-1}\mathrm{P}_m$ で囲まれる図形の面積を S とする。$z_0 = 1 - i$ のとき S の値を求めよ。

N_ehime2016A_03.pbm