

2018年度 千葉大学 前期理系 第4問

問題 n を 3 以上の自然数として、 n 枚のカード $C_1, C_2, \dots, C_{n-1}, C_n$ がある。初めにこれらのカードを下から $C_n, C_{n-1}, \dots, C_2, C_1$ の順番に積み上げておく。いちばん上にあるカードが C_1 で、いちばん下が C_n である。積み上げられたカードに対して以下の試行を繰り返す。いちばん上にあるカードを取ってそれを残りのいずれかのカードの下に入れるか、またはいちばん上に戻す。どの位置におくかの確率はすべて等しいものとする。

$k = 1, 2, \dots$ について、 k 回の試行の後にカード C_1 が上から数えて l 番目にある確率を $P(k, l)$ ($l = 1, 2, \dots, n$) で表し、また k 回の試行の後にカード C_2 が上から数えて l 番目にある確率を $Q(k, l)$ で表す。例えば $P(1, l)$ は l によらず $\frac{1}{n}$ に等しい。以下の問いに答えよ。

- (1) $P(2, l)$ を求めよ。
- (2) $P(k, l)$ を求めよ。
- (3) $Q(k, l)$ を求めよ。