

2021 年度 旭川医科大学 前期理系 第 3 問

問題 $p = 0, 1, 2, \dots$ とし, $f(x) = x^p \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) とおく。このとき, 次の各問いに答えよ。 $p = 0$ のとき, $f(x) = \sqrt{x}$ とする。

- (1) $0 \leq x < x'$ のとき, $f(x) < f(x')$ であることを示せ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $x = a$, 直線 $x = b$ および x 軸で囲まれる部分の面積 S を求めよ。ただし, $0 \leq a < b$ とする。
- (3) 次の不等式を証明せよ。ただし, n は正の整数とする。

$$\frac{2}{2p+3} n^{p+1} \sqrt{n} < \sum_{k=1}^n k^p \sqrt{k} < \frac{2}{2p+3} (n+1)^{p+1} \sqrt{n+1}$$

N_asahikawaika2021A_03.pbm