

2020年度 旭川医科大学 前期理系 第3問

問題 座標平面上で x 座標と y 座標がともに整数である点 (x, y) を格子点^{こうしてん}という。 n を正の整数として、次の3つの不等式を同時に満たす領域を D_n とする。

$$y \geq x^2, \quad y \leq -x^2 - 2nx + 4n^2, \quad 1 \leq x \leq n$$

領域 D_n に含まれる格子点の総数を a_n とするとき、次の各問いに答えよ。

- (1) a_2 を求めよ。
- (2) $n \geq 3$ のとき、 a_n を求めよ。
- (3) $n \geq 3$ のとき、領域 D_n の境界線上の格子点の総数を b_n とする。

(i) 領域 D_n の面積 S_n を求めよ。

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - \left(a_n - \frac{1}{2}b_n - 1\right)}{n}$ を求めよ。