

2020 年度 旭川医科大学 前期理系 第 2 問

問題 a, b, r は正の実数で $0 < b < a < r < \sqrt{a^2 + b^2}$ とし、楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ を C とおく。点 $P(p, q)$ は円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点で $p > a, q \geq 0$ を満たす。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 点 P から楕円 C に引いた 2 本の接線の傾きをそれぞれ m_1, m_2 ($m_1 < m_2$) とするとき、 $m_1 + m_2$ と $m_1 m_2$ を p, q, a, b を用いて表せ。
- (2) (1) で引いた傾き m_1, m_2 の接線の接点をそれぞれ Q_1, Q_2 とする。3 点 P, Q_1, Q_2 を頂点とする三角形において、 $\angle Q_1 P Q_2$ の大きさを θ ($0 < \theta < \pi$) とする。
 - (i) $\tan \theta$ を p, q, r, a, b を用いて表し、 $\angle Q_1 P Q_2$ が鈍角であることを示せ。
 - (ii) r が $\sqrt{a^2 + b^2}$ より小さい値をとりながら $\sqrt{a^2 + b^2}$ に限りなく近づくとき、点 $P(r, 0)$ における θ の極限値を求めよ。

N_asahikawaika2020A_02.pbm