

2015 年度 旭川医科大学 前期理系 第 2 問

問題 n を正の整数とする。 $2n\pi \leq x \leq (2n+1)\pi$ の範囲で関数 $f(x) = x \sin x$ を考える。関数 $f(x)$ が極大値をとる x を a_n とし、曲線 $y = f(x)$ の変曲点を $(b_n, f(b_n))$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) a_n と b_n はそれぞれ唯^{ただ}1 つあって、 $2n\pi < b_n < 2n\pi + \frac{\pi}{2} < a_n < (2n+1)\pi$ を満たすことを示せ。
- (2) 以下の極限を求めよ。
 - (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 2n\pi)$
 - (ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - 2n\pi)$
 - (iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n)$
- (3) 曲線 $y = f(x)$ ($2n\pi \leq x \leq (2n+1)\pi$) と x 軸とで囲まれた図形を、3 つの直線 $x = b_n$, $x = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$, $x = a_n$ によって 4 つの部分に分ける。その面積を左から順に S_1, S_2, S_3, S_4 とするとき、 $(S_3 + S_4) - (S_1 + S_2)$ の値を求めよ。
- (4) 以下の極限を求めよ。
 - (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_1$
 - (ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_3$
 - (iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_4 - S_2)$

N_asahikawaika2015A_02.pbm