2015年度　旭川医科大学　前期理系　第２問

問題　n を正の整数とする。$2n\pi \leqq x \leqq (2n+1)\pi$ の範囲で関数 $f(x) = x\sin x$ を考える。関数 $f(x)$ が極大値をとる x を a_n とし，曲線 $y = f(x)$ の変曲点を $(b_n,\ f(b_n))$ とする。次の問いに答えよ。

(1)　a_n と b_n はそれぞれ唯(ただ)1つあって，$2n\pi < b_n < 2n\pi + \dfrac{\pi}{2} < a_n < (2n+1)\pi$ を満たすことを示せ。

(2)　以下の極限を求めよ。

(i)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(a_n - 2n\pi)$　　(ii)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(b_n - 2n\pi)$　　(iii)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} f(b_n)$

(3)　曲線 $y = f(x)$　$(2n\pi \leqq x \leqq (2n+1)\pi)$ と x 軸とで囲まれた図形を，3つの直線 $x = b_n$，$x = 2n\pi + \dfrac{\pi}{2}$，$x = a_n$ によって4つの部分に分ける。その面積を左から順に S_1, S_2, S_3, S_4 とするとき，$(S_3+S_4)-(S_1+S_2)$ の値を求めよ。

(4)　以下の極限を求めよ。

(i)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_1$　　(ii)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_3$　　(iii)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(S_4 - S_2)$

N_asahikawaika2015A_02.pbm