2020 年度　秋田大学　前期理系　第３問

問題　n を $n \geqq 2$ を満たす自然数とする。原点を O とする座標平面上に異なる $2n$ 個の点 P_1，P_2，……，P_{2n-1}，P_{2n} を以下を満たすようにとる。

$$\mathrm{OP}_{2k-1} = 1 \quad (1 \leqq k \leqq n),$$

$$\mathrm{OP}_{2k} = 1 + \frac{1}{n} \quad (1 \leqq k \leqq n),$$

$$\angle \mathrm{P}_i\mathrm{OP}_{i+1} = \frac{\pi}{n} \quad (1 \leqq i \leqq 2n-1),\ \angle \mathrm{P}_{2n}\mathrm{OP}_1 = \frac{\pi}{n}$$

線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$，$\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3$，……，$\mathrm{P}_{2n-1}\mathrm{P}_{2n}$，$\mathrm{P}_{2n}\mathrm{P}_1$ を辺とする $2n$ 角形 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\cdots\cdots\mathrm{P}_{2n-1}\mathrm{P}_{2n}$ の周の長さを L_n，面積を S_n とする。次の問いに答えなさい。

(1)　L_2，S_2 の値を求めなさい。

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n = \pi$ を示しなさい。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} L_n$ を求めなさい。

N_akita2020A_03.pbm