

2020年度 秋田大学 前期理系 第3問

問題 n を $n \geq 2$ を満たす自然数とする。原点を O とする座標平面上に異なる $2n$ 個の点 $P_1, P_2, \dots, P_{2n-1}, P_{2n}$ を以下を満たすようにとる。

$$OP_{2k-1} = 1 \quad (1 \leq k \leq n),$$

$$OP_{2k} = 1 + \frac{1}{n} \quad (1 \leq k \leq n),$$

$$\angle P_i OP_{i+1} = \frac{\pi}{n} \quad (1 \leq i \leq 2n-1), \quad \angle P_{2n} OP_1 = \frac{\pi}{n}$$

線分 $P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_{2n-1}P_{2n}, P_{2n}P_1$ を辺とする $2n$ 角形 $P_1P_2 \cdots P_{2n-1}P_{2n}$ の周の長さを L_n , 面積を S_n とする。次の問いに答えなさい。

- (1) L_2, S_2 の値を求めなさい。
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \pi$ を示しなさい。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$ を求めなさい。