2021 年度　近畿大学（前期）

医学部　試験時間：60 分

1　箱 A の中には $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{5}$, $\boxed{7}$, $\boxed{11}$, $\boxed{13}$ のカードが 1 枚ずつ，箱 B の中には $\boxed{1}$, $\boxed{4}$, $\boxed{6}$, $\boxed{8}$, $\boxed{9}$, $\boxed{10}$, $\boxed{12}$ のカードが 1 枚ずつ入っている。箱 A と B の中から 1 枚ずつ取り出し，横に並べて 2 つの整数 p, q $(p \leqq q)$ を構成する。例えば，箱 A から $\boxed{2}$ を，箱 B から $\boxed{1}$ を取り出すとき $(p, q) = (12, 21)$，箱 A から $\boxed{11}$ を，箱 B から $\boxed{12}$ を取り出すとき $(p, q) = (1112, 1211)$ とする。

(1)　p と q の最大公約数が 9 である確率は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2)　p と q の最大公約数が 6 である確率は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3)　p と q の最大公約数が 3 である確率は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4)　p と q の最大公約数が 1 である確率は $\boxed{\text{エ}}$ である。

2　2 次関数 $f(x)$ が以下を満たすとする。

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = -2, \qquad \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = 2, \qquad f(47) = 0$$

(1)　このとき $f(x)$ を求めよ。また，$f(x)$ が最大値をとる x の値を求めよ。

(2)　不等式 $f(x) \geqq 0$ を満たす整数 x の個数を求めよ。

(3)　正の整数 k に対し $f(x) \geqq k$ を満たす整数 x の個数が 21 個であるとき，k のとりうる値の範囲を求めよ。

(4)　不等式 $f(x) \geqq y$ を満たす正の整数の組 (x, y) の個数を求めよ。

3　$\triangle$OAB は鋭角三角形であるとする。点 O から辺 AB に下ろした垂線を OC とする。$st \neq 1$ を満たす正の実数 s, t に対し，辺 OA を $s : 1$ に内分する点を D，辺 OB を $1 : t$ に内分する点を E，直線 DE と直線 AB の交点を F とする。点 F が辺 AB を $u : 1$ に外分する点であるように実数 u を定める。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{DE}} = h\overrightarrow{\mathrm{DA}} + \overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を満たす h を s, t の式で表せ。

(2)　u を s, t の式で表せ。

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{DF}} = k\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ を満たす k を s, t の式で表せ。

(4)　$\angle\mathrm{OAB} = \dfrac{\pi}{4}$, $\angle\mathrm{OBA} = \dfrac{\pi}{3}$ のとき，$\dfrac{\mathrm{CD} + \mathrm{DE} + \mathrm{EC}}{\mathrm{AB}}$ の最小値およびそのときの s, t の値を求めよ。

医学部【略解】

1

(1) **ア**：$\dfrac{1}{21}$　　(2) **イ**：$\dfrac{1}{21}$

(3) **ウ**：$\dfrac{4}{21}$　　(4) **エ**：$\dfrac{25}{42}$

2

(1) $f(x)=-x^2+4x+2021,\ x=2$　　(2) 91 個

(3) $1905 \leqq k \leqq 1925$　　(4) 63779 個

3

(1) $h=-s$　　(2) $u=\dfrac{1}{st}$

(3) $k=\dfrac{1+t}{1-st}$　　(4) 最小値：$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　$(s,\ t)=\left(2-\sqrt{3},\ 1+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$