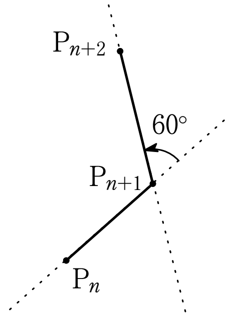
◀2002 年　岡山大学（前期）▶

♠ 理系学部

1　複素数平面上で次のように点の列 P_n $(n=0, 1, 2, \cdots)$ をつくる．点 P_0, P_1 はそれぞれ 0, 1 を表し，線分 $\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{P}_{n+2}$ の長さは線分 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$ の長さの r 倍 $(r>0)$ で，直線 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$ から直線 $\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{P}_{n+2}$ へ図のようにはかった角は 60° である．このとき，次の問いに答えよ．



(1)　P_3 を求めよ．

(2)　P_{6n} を表す複素数 $a+bi$ の実部 a と虚部 b を求めよ．

2　a, b, c, d を実数とする．行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に関して，次の問いに答えよ．

(1)　$A^2=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ を満たす A は存在しないことを示せ．

(2)　$A^2=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ を満たす A を a, b を用いて表せ．

3　座標平面上に点 A(0, 2) と点 B(1, 0) があり，線分 AB 上の点 P から x 軸，y 軸におろした垂線の足をそれぞれ Q, R とする．点 P が A から B まで動くとき，線分 QR の通過する部分の面積を求めよ．

4　次の問いに答えよ．

(1)　$x>0$ のとき，不等式 $e^x>1+x$ が成り立つことを示せ．

(2)　$x>0$ のとき，不等式 $\log(1+x)>1-e^{-x}$ が成り立つことを示せ．

(3)　実数 x, y が

$$0 \leqq x \leqq e^y-1, \quad 0 \leqq y \leqq 1-e^{-x}$$

を満たせば，$x=y=0$ でなければならないことを示せ．

♠ 文系学部

1　k を自然数の定数とする．自然数 n に対して，

$$S_n=|n-1|+|n-2|+\cdots+|n-k|$$

とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　S_n を求めよ．

(2)　S_n の最小値と，そのときの n の値を求めよ．

2　次の問いに答えよ．ただし，i は虚数単位とする．

(1)　方程式 $z^4=8(1+\sqrt{3}i)$ の 4 つの解 z_1, z_2, z_3, z_4 を極形式で表せ．

(2)　複素数平面上の原点を O とし，複素数 $8(1+\sqrt{3}i)$, z_1, z_2, z_3, z_4 を表す点をそれぞれ Q, P_1, P_2, P_3, P_4 とする．このとき，4 つの三角形 OQP_1, OQP_2, OQP_3, OQP_4 の面積はすべて等しいことを示せ．

3　座標平面上の原点 O を中心とする半径 2 の円を C とする．放物線 $y=\sqrt{3}(x-2)^2$ と円 C の交点の 1 つ $(2, 0)$ を P とし，他の 1 つを Q とする．

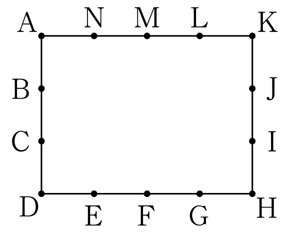
(1)　点 Q の座標を求めよ．

(2)　円 C の劣弧 PQ と放物線 $y=\sqrt{3}(x-2)^2$ により囲まれた図形の面積を求めよ．ただし，劣弧 PQ とは，点 P と点 Q を結ぶ円 C の 2 つの弧のうち，長さが短い方の弧である．

4　図のように，A から N までの 14 個の点が，縦の長さが 3，横の長さが 4 の長方形の周上に等間隔でのっている．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　これらの点のうち 3 点を結んでできる三角形は何個あるか．

(2)　これらの点のうち 3 点を結んでできる二等辺三角形は何個あるか．



出題範囲と難易度

♣ 理系学部

1　標準　[B] 複素数と複素数平面

2　標準　[C] 行列

3　標準　[III] 微分法とその応用・積分法とその応用

4　標準　[III] 微分法とその応用

♣ 文系学部

1　標準　[A] 数列

2　標準　[B] 複素数と複素数平面

3　標準　[II] 微分積分

4　標準　[I] 場合の数

略解

◇ 理系学部

1 (1) $P_3\left(\frac{1}{2}(-r^2+r+2)+\frac{\sqrt{3}}{2}(r^2+r)i\right)$

(2) $a=\frac{(2-r)(1-r^{6n})}{2(r^2-r+1)}$, $b=\frac{\sqrt{3}r(1-r^{6n})}{2(r^2-r+1)}$

2 (1) 証明は省略

(2) $A=\begin{pmatrix} a & b \\ -\frac{a^2+1}{b} & -a \end{pmatrix}$

3 $\frac{1}{3}$

4 (1) 証明は省略

(2) 証明は省略

(3) 証明は省略

◇ 文系学部

1 (1) $S_n=\begin{cases} n^2-(k+1)n+\frac{k^2+k}{2} & (1\leqq n\leqq k) \\ \frac{1}{2}k(2n-k-1) & (k\leqq n) \end{cases}$

(2) $\begin{cases} k \text{ が奇数のとき} \quad n=\frac{k+1}{2} \text{ で最小値 } \frac{k^2-1}{4} \\ k \text{ が偶数のとき} \quad n=\frac{k}{2},\ \frac{k+2}{2} \text{ で最小値 } \frac{k^2}{4} \end{cases}$

2 (1) $\begin{cases} z_1=2(\cos 15^\circ+i\sin 15^\circ) \\ z_2=2(\cos 105^\circ+i\sin 105^\circ) \\ z_3=2(\cos 195^\circ+i\sin 195^\circ) \\ z_4=2(\cos 285^\circ+i\sin 285^\circ) \end{cases}$

注：z_1, z_2, z_3, z_4 の値は順不同.

(2) 証明は省略

3 (1) $Q(1,\ \sqrt{3})$

(2) $\frac{4\pi-5\sqrt{3}}{6}$

4 (1) 336 (個)

(2) 48 (個)