◀1995 年　名古屋大学（前期）▶

♠ 理系学部

1　2 つの円 $C_1 : x^2+y^2=1,\ C_2 : (x-3)^2+y^2=4$ に外接し，x 軸の上側にある半径 $r(r>0)$ の円の中心を P_r とする．ただし，2 つの円が外接するとは，中心間の距離がそれぞれの円の半径の和に等しいことをいう．

(1)　r を動かすとき，点 P_r の描く軌跡がみたす方程式を求め，軌跡の概形を図示せよ．

(2)　座標平面の原点を O とするとき，直線 OP_r と x 軸とのなす角が 60° となるのは r がいくつのときか？

2　0 以上の整数 k に対し，$S_k(n)=1^k+2^k+\cdots+n^k$ とおく．

(1)　等式 $(n+1)^5=1+\sum\limits_{k=0}^{4} {}_5\mathrm{C}_k S_k(n)$ がすべての正の整数 n について成り立つことを示せ．

(2)　n の 5 次多項式として $S_4(n)$ を求めよ．

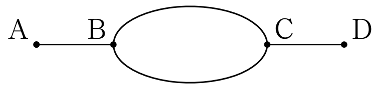
3　曲線 $x=\log y\ (y>0)$ を考える．この曲線上の点 P における法線と x 軸との交点を Q，P と Q の中点を R とおく．

(1)　点 P が曲線上を動くとき，R の描く軌跡がみたす方程式を求めよ．

(2)　(1) の軌跡，x 軸，2 直線 $x=\dfrac{1}{2}$ および $x=2+\log 2$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

第 4 問は選択問題である．次の **4**(a) または **4**(b) のいずれか一方を選んで解答せよ．

4　(a) 右の図のように 4 地点 A, B, C, D が 4 本の道で結ばれている．動点 X が A を出発して，それら 4 地点間を次のルールで行き来するものとする．



a）X が A, B, C のいずれかにあれば，次のステップで道の本数に応じて隣の地点に移動する．例えば，X が A にあれば，次のステップでは B に移動する．X が B にあれば，確率 $\dfrac{1}{3}$ で A に，確率 $\dfrac{2}{3}$ で C に移動する．

b）X がひとたび D に移動してきたら，以後 D にとどまり続け，他には移動しない．

(1)　$b_1,\ b_2,\ b_3,\ b_4$ を求めよ．

(2)　n が偶数のとき，$b_n=0$ であることを示せ．

(3)　$\lim\limits_{n\to\infty} d_n$ を求めよ．

4　(b) xy 平面上の三角形 ABC が次の 2 条件をみたしているとする．

a）各頂点の x 座標，y 座標はともに整数である．

b）3 辺の長さ $a,\ b,\ c$ もすべて整数である．

このとき $a+b+c$ および $a^2+b^2+c^2$ はともに偶数であることを示せ．

♠ 文系学部

1　xy 平面内の中心 P，半径 r の円 C が次の 2 条件をみたしているとする．

a）2 つの円 $C_1 : x^2+y^2-1=0,\ C_2 : x^2+y^2-6x+5=0$ に外接する．ただし，2 つの円が外接すると

は，中心間の距離がそれぞれの円の半径の和に等しいことをいう．

b）中心 P と原点とを結ぶ線分と x 軸の正の部分とのなす角が 60° となる．

円 C の半径 r と中心 P の座標とを求めよ．

2　$0<x<\dfrac{\pi}{4}$ をみたすすべての x に対し，次の不等式が成り立っているとする．

$$\sin 3x + t\sin 2x > 0$$

このとき t の範囲を求めよ．

第 3 問は選択問題である．次の **3**(a) または **3**(b) のいずれか一方を選んで解答せよ．

3（a）1 の目が出ているサイコロがある．このサイコロを等確率でいずれかの横の面の側に倒す．この操作を繰り返して n 回目に 1 か 6 の目が出る確率を求めよ．ただし，1 と 6 とは反対側の面にあるものとする．

3（b）2 次の行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & ab \end{pmatrix}$ が条件：$A^2\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ をみたしているとする．

(1)　$A\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ならば，$A^2=O$ であることを示せ．（ただし，O は零行列）

(2)　$A\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ かつ $A^3-4A=O$ であるとき，A，A^2 を求めよ．

出題範囲と難易度

♣ 理系学部

1		やや難	I 図形と方程式（軌跡）・**基解** いろいろな曲線（双曲線）
2		標準	**基解** 数列
3		標準	**微積** 微分法の応用（法線）・積分法の応用（面積）
4	（a）	標準	**確統** 確率・**基解** 数列（確率漸化式）
4	（b）	標準	I 整数問題

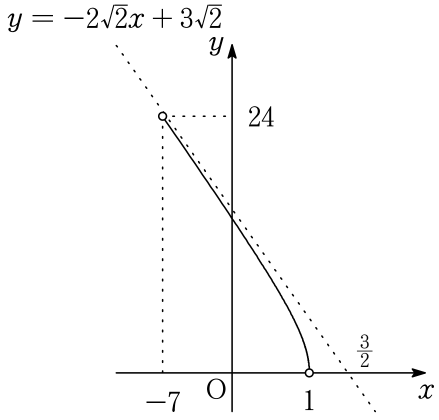
♣ 文系学部

1		基本	I 図形と方程式（円）
2		標準	**基解** 三角関数（加法定理）
3	（a）	標準	**確統** 確率・**基解** 数列（確率漸化式）
3	（b）	標準	**代幾** 行列

略解

◇ 理系学部

1 (1) $\begin{cases} 4\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{y^2}{2}=1 \\ -7<x<1,\ 0<y<24 \end{cases}$



(2) $r=\dfrac{3}{5}$

2 (1) 証明は省略

(2) $S_4(n)=\dfrac{1}{5}n^5+\dfrac{1}{2}n^4+\dfrac{1}{3}n^3-\dfrac{1}{30}n$

3 (1) $x=\log 2y+2y^2$

(2) $\dfrac{5}{3}$

4 (a) (1) $b_1=1,\ b_2=0,\ b_3=\dfrac{7}{9},\ b_4=0$

(2) 証明は省略

(3) 1

4 (b) 証明は省略

◇ 文系学部

1 $r=\dfrac{3}{5},\ \mathrm{P}\left(\dfrac{4}{5},\ \pm\dfrac{4\sqrt{3}}{5}\right)$

2 $t \geqq -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3 (a) $\dfrac{1}{3}\left\{1-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$

3 (b) (1) 証明は省略

(2) $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},\ A^2=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ または $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -3 \end{pmatrix},\ A^2=\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$