

## ◀2014年 三重大学(前期)▶

## ♠ 医学部

**1** 以下の問いに答えよ。ただし、 $a$  は定数である。

- (1) 関数  $y = |(x+1)(x-3)|$  のグラフをかけ。  
 (2) 2 曲線  $y = |(x+1)(x-3)|$ ,  $y = 2(x-a)^2 + 3$  の共有点の個数を調べよ。

**2** 以下の問いに答えよ。ただし、 $E$  は単位行列である。

- (1) 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  に対して、 $|A| = ad - bc$  とおく。たとえば、 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  のときは、

$|A| = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2$  である。 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  と  $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$  に対して  $|AB| = |A| \times |B|$  が成り立つことを示せ。

- (2) 実数  $x, y$  に対して、行列  $X, Y, Z$  を

$$X = \begin{pmatrix} x^2 & x^2 \\ y^2 - 1 & y^2 \end{pmatrix}, \quad Y = X - xE, \quad Z = X - yE$$

で定める。積  $YZ$  が逆行列をもたないような  $(x, y)$  を、 $xy$  平面上で図示せよ。

**3** X 大学では、オープンキャンパスに 40 名の高校生が参加を申し込んだ。この 40 名の高校生のために、黒色 20 本、青色 10 本、赤色 10 本、計 40 本のボールペンを参加の記念として用意した。この 40 名の中の特定の 2 名 A, B について、下の問いに答えよ。ただし、オープンキャンパスにはこの 40 名の高校生が参加するとする。また、高校生 1 名に必ず 1 本のボールペンが渡され、渡されるボールペンの色は無作為に決定される。

- (1) A, B とともに黒色のボールペンを渡される確率を求めよ。  
 (2) A, B が同じ色のボールペンを渡される確率を求めよ。

**4** 関数  $f(x) = \sin\left(\frac{3}{2}x\right) + \frac{3}{4}x$  と  $g(x) = \frac{3}{4}x$  について、以下の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq x \leq 2\pi$  とする。

- (1)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフの共有点を求めよ。  
 (2)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフで囲まれた図形を、 $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

## ♠ 工学部

**1** 以下の問いに答えよ。ただし、 $a$  は定数である。

- (1) 2 曲線  $y = (x+1)(x-3)$ ,  $y = 2(x-a)^2 + 4$  の共有点の個数を調べよ。  
 (2) 関数  $y = |(x+1)(x-3)|$  のグラフをかけ。  
 (2) 2 曲線  $y = |(x+1)(x-3)|$ ,  $y = 2(x-a)^2 + 4$  の共有点の個数を調べよ。

**2** 医学部 **2** と同じ。

**3** 医学部 **3** と同じ。

**4** 関数  $f(x) = \sin\left(\frac{3}{2}x\right) + \frac{3}{4}x$  と  $g(x) = \frac{3}{4}x$  について、以下の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq x \leq \pi$  とする。

- (1)  $f(x)$  の増減、凹凸を調べ、極値を求めよ。また、 $y = f(x)$  のグラフをかけ。
- (2)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフの共有点を求めよ。
- (3)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフで囲まれた図形を、 $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

### ♠ 人文・教育・生物資源学部

注：人文学部は、**1, 2, 3, 6** 必答。教育・生物資源学部は、**1, 2, 3** 必答・**4, 5** から 1 題選択。

**1** 工学部 **1** と同じ。

**2** 三角形 ABC において  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $CA = 2$  とする。この三角形の辺 AB, BC, CA 上に、それぞれ点 D, E, F を、四角形 DECF が平行四辺形となるように定める。CE =  $x$ , CF =  $y$  とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{CA}$  と  $\vec{CB}$  の内積を計算せよ。
- (2)  $\vec{CD}$  を  $\vec{CA}$ ,  $\vec{CB}$  と  $x, y$  を用いて表せ。次に、点 D が辺 AB 上にあることを用いて、 $y$  を  $x$  の式で表せ。
- (3)  $x = y$  のとき、 $\vec{CD}$  を  $\vec{CA}$  と  $\vec{CB}$  を用いて表せ。また、 $\vec{CD}$  の長さを求めよ。

**3** 医学部 **3** と同じ。

**4** 関数  $f(x) = \sin\left(\frac{3}{2}x\right) + \frac{3}{4}x$  と  $g(x) = \frac{3}{4}x$  について、以下の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq x \leq \pi$  とする。

- (1)  $y = f(x)$  の増減を調べ、そのグラフをかけ。
- (2)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフの共有点を求めよ。
- (3)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフで囲まれた図形の面積を求めよ。

**5** 実数  $a$  に対して、下の 4 つの条件  $p, q, r, s$  を考える。ただし、実数  $k$  に対して、 $[k]$  は  $k$  以下の最大の整数を表し、 $\langle k \rangle$  は  $k$  以上の最小の整数を表すとする。たとえば、 $k = 2.15$  のとき、 $[k] = 2$  であり、 $\langle k \rangle = 3$  である。また、 $|k|$  は  $k$  の絶対値を表す。

$$p: x^2 + 4x + a^2 = 0 \text{ を満たす実数 } x \text{ が存在する。}$$

$$q: [a] < \langle a \rangle$$

$$r: |a - 1.5| < \frac{1}{|a - 1.5| + 1.5}$$

$$s: 0 < a < \pi, \text{ かつ } \sin\left(2a - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2a + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

上の  $p, q, r, s$  それぞれについて、条件を満たす  $a$  の範囲を求めよ。さらに、以下の ①, ②, ③ それぞれについて、 $p, q, r, s$  の中から、あてはまるものを全て答えよ。

- ①  $p$  であるための十分条件である。
- ②  $q$  であるための十分条件である。
- ③  $r$  であるための十分条件である。

**6** 傾き正の直線  $l$  が, 2 曲線

$$C: y = -x^2 + 6x, \quad C': y = 3x^2 - 14x + 28$$

の両方に接している. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $l$  の方程式を求めよ.
- (2)  $l$  と  $C$  および  $x$  軸の 3 つで囲まれる図形の面積を求めよ.

### 出題範囲と難易度

#### ♣ 医学部

- 1 標準  I 2次関数
- 2 標準  C 行列
- 3 基本  A 確率
- 4 標準  III 積分法の応用

#### ♣ 工学部

- 1 標準  I 2次関数
- 2 標準  C 行列
- 3 基本  A 確率
- 4 標準  III 積分法の応用

#### ♣ 人文・教育・生物資源学部

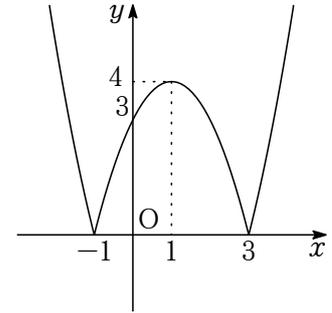
- 1 標準  I 2次関数
- 2 標準  B ベクトル(平面)
- 3 基本  A 確率
- 4 標準  III 積分法の応用
- 5 標準  A 集合と論理
- 6 標準  II 微分積分

**略解**

◇ 医学部

1 (1) グラフは右図.

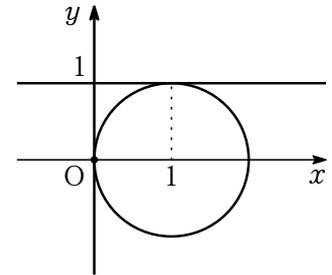
$$\left\{ \begin{array}{ll} a < \frac{2-\sqrt{14}}{2} \text{ または } \frac{2-\sqrt{6}}{2} < a < \frac{2+\sqrt{6}}{2} & 2 \text{ 個} \\ \text{または } \frac{2+\sqrt{14}}{2} < a \text{ のとき} & \\ (2) \left\{ \begin{array}{ll} a = \frac{2\pm\sqrt{14}}{2} \text{ または } a = \frac{2\pm\sqrt{6}}{2} \text{ のとき} & 1 \text{ 個} \\ \frac{2-\sqrt{14}}{2} < a < \frac{2-\sqrt{6}}{2} & \\ \text{または } \frac{2+\sqrt{6}}{2} < a < \frac{2+\sqrt{14}}{2} \text{ のとき} & 0 \text{ 個} \end{array} \right. & \end{array} \right.$$



2 (1) 証明は省略

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \text{ または } (x-1)^2 + y^2 = 1 \\ y = 1 \text{ または } x^2 + y^2 = 0 \end{array} \right.$$

グラフは右図太実線部分.



3 (1)  $\frac{19}{78}$

(2)  $\frac{14}{39}$

4 (1)  $(0, 0), (\frac{2}{3}\pi, \frac{\pi}{2}), (\frac{4}{3}\pi, \pi), (2\pi, \frac{3}{2}\pi)$

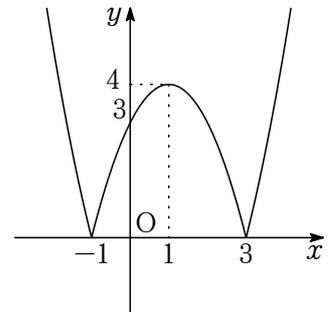
(2)  $\frac{19}{3}\pi^2$

◇ 工学部

$$1 (1) \left\{ \begin{array}{ll} a < -1 \text{ または } 3 < a \text{ のとき} & 2 \text{ 個} \\ a = -1 \text{ または } a = 3 \text{ のとき} & 1 \text{ 個} \\ -1 < a < 3 \text{ のとき} & 0 \text{ 個} \end{array} \right.$$

(2) グラフは右図.

$$(3) \left\{ \begin{array}{ll} a < -1 \text{ または } 3 < a \text{ のとき} & 2 \text{ 個} \\ a = \pm 1 \text{ または } a = 3 \text{ のとき} & 1 \text{ 個} \\ -1 < a < 3 \text{ かつ } a \neq 1 \text{ のとき} & 0 \text{ 個} \end{array} \right.$$

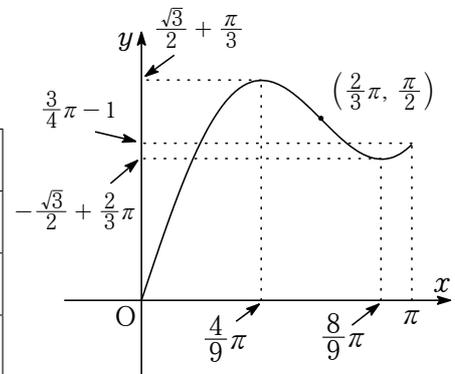


2 医学部 2 と同じ.

3 医学部 3 と同じ.

4 (1) グラフは、右図のようになる.

$x$	0	...	$\frac{4}{9}\pi$	...	$\frac{2}{3}\pi$	...	$\frac{8}{9}\pi$	...	$\pi$
$y'$		+	0	-		-	0	+	
$y''$		-		-	0	+		+	
$y$	0	↗		↘	$\frac{\pi}{2}$	↘		↗	$\frac{3}{4}\pi - 1$



極大値:  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$  ( $x = \frac{4}{9}\pi$ ), 極小値:  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{3}\pi$  ( $x = \frac{8}{9}\pi$ )

(2)  $(0, 0), (\frac{2}{3}\pi, \frac{\pi}{2})$

(3)  $\pi^2$

## ◇ 教育・生物資源学部

**1** 工学部 **1** と同じ.

**2** (1)  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = -\frac{3}{2}$

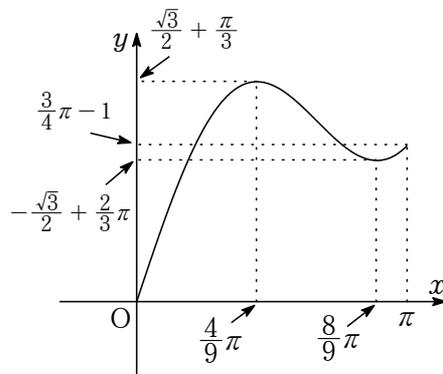
(2)  $\vec{CD} = \frac{y}{2}\vec{CA} + \frac{x}{3}\vec{CB}, y = -\frac{2}{3}x + 2$

(3)  $\vec{CD} = \frac{3}{5}\vec{CA} + \frac{2}{5}\vec{CB}, |\vec{CD}| = \frac{3\sqrt{6}}{5}$

**3** 医学部 **3** と同じ.

**4** (1) グラフは, 下図のようになる.

$x$	0	...	$\frac{4}{9}\pi$	...	$\frac{8}{9}\pi$	...	$\pi$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	0	↗	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$	↘	$-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{3}\pi$	↗	$\frac{3}{4}\pi - 1$



(2)  $(0, 0), (\frac{2}{3}\pi, \frac{\pi}{2})$

(3)  $\frac{4}{3}$

**5**  $p: -2 \leq a \leq 2$

$q: a$  が整数ではないこと

$r: 1 < a < 2$

$s: a = \frac{\pi}{2}$

① ...  $r$  と  $s$

② ...  $r$  と  $s$

③ ...  $s$

**6** (1)  $y = 4x + 1$

(2)  $\frac{11}{24}$