

◀1998年 三重大学(前期)▶

♠ 教育・生物資源学部

注：①～③ 必答・④ (A), ④ (B), ④ (C), ④ (D) から 1 題選択。

① α を正の実数とし, $f(x) = \log_3\left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\alpha x + 9\right)$ とおく. $f(x)$ が整数となる x が $0 \leq x \leq \alpha$ の範囲でちょうど 6 個あるような α の範囲を求めよ.

② $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$ とするとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $\cos \theta, \sin \theta$ を $\tan \frac{\theta}{2}$ で表せ.

(2) $\cos \theta, \sin \theta$ がともに有理数となる θ は $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$ の範囲に無数にあることを示せ.

③ $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ とおく. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け.

(2) $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = kx$ が 2 点のみを共有するとき, 定数 k の値および共有点の座標を求めよ.

④ (A) 連立不等式

$$\begin{cases} y \geq x^2 - 4x + 4 \\ |x - 2| + y \leq 2 \end{cases}$$

の表す xy 平面上の領域を D とする. 以下の問いに答えよ.

(1) 領域 D を図示せよ.

(2) 領域 D が x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ.

④ (B) $\triangle ABC$ の重心 G を通る直線が, A 以外の点において, 辺 AB , 辺 AC と交わっている. この直線と辺 AB との交点を P , 辺 AC との交点を Q とおき, 定数 k, l を $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = l\overrightarrow{AC}$ により定める. 以下の問いに答えよ.

(1) $\frac{1}{k} + \frac{1}{l} = 3$ が成り立つことを示せ.

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ の面積をそれぞれ S, T で表す. このとき T を k, l, S を用いて表せ.

(3) $\triangle APQ$ の面積 T が最小になるときの k, l の値を定めよ.

④ (C) 以下では複素数の偏角 θ は $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ の範囲で考えるものとする. $z_1 = 5 + 6i, z_2 = 3 + 2i$ とおく. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 曲線 $|z - \alpha| = r$ が z_1, z_2 および i を通るように複素数 α と実数 r を定めよ.

(2) $\arg \frac{z_1 - z}{z_2 - z} = 90^\circ$ をみたす z の範囲を図示せよ.

(3) $|z| = 1$ の条件のもとで $\arg \frac{z_1 - z}{z_2 - z}$ を最大とする z を求めよ.

④ (D) 座標平面上の点 P の移動を大小二つのサイコロを同時に投げて決める. 大きいほうのサイコロの目が偶数のとき点 P を x 軸の正の方向に 1 だけ動かし, 奇数のときはそのままとする. さらに, 小さいサイコロの目が 3 の倍数のとき点 P を y 軸の正の方向に 1 だけ動かし, その他の場合はそのままとする. 最初点 P が原点にあり, このような試行を n 回繰り返した後の点 P の座標を (x_n, y_n) とするとき, 以下の問いに答えよ.

(1) x_n の平均と分散を求めよ.

(2) x_n^2 の平均を求めよ .

(3) 原点 , $(x_n, 0)$, P , $(0, y_n)$ の 4 点を結んでできる四角形の面積を S とする . ただし , $x_n = 0$ または $y_n = 0$ のときは $S = 0$ とする . S の平均と分散を求めよ .

出題範囲と難易度

♣ 教育・生物資源学部

- 1 標準 II 指数関数・対数関数
- 2 基本 II 三角関数
- 3 基本 II 微分積分
- 4 (A) 標準 II 図形と方程式・ III 積分法の応用
- 4 (B) 基本 B ベクトル (平面)
- 4 (C) 標準 B 複素数と複素数平面
- 4 (D) 標準 B 確率分布

略解

◇ 教育・生物資源学部

1 $24 < \alpha < 12\sqrt{13}$

2 (1) $\cos \theta = \frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}}, \sin \theta = \frac{2 \tan \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}}$

(2) 証明は省略

3 (1) グラフは、右図.

(2) $\begin{cases} k = \frac{15}{8} \text{ のとき, 共有点は } (0, 0), (\frac{9}{4}, \frac{135}{32}) \\ k = 12 \text{ のとき, 共有点は } (0, 0), (\frac{9}{2}, 54) \end{cases}$

4 (A) (1) 領域 D は右図の斜線部分で、境界線上の点は含む.

(2) $\frac{64}{15}\pi$

4 (B) (1) 証明は省略

(2) $T = kls$

(3) $k = \frac{2}{3}, l = \frac{2}{3}$

4 (C) (1) $\alpha = 6i, r = 5$

(2) 右図の実線部分.

(3) $z = i$

4 (D) (1) 平均: $\frac{n}{2}$, 分散: $\frac{n}{4}$

(2) $\frac{n(n+1)}{4}$

(3) 平均: $\frac{n^2}{6}$, 分散: $\frac{n^2(3n+2)}{36}$

