◀2002 年　熊本大学（前期）▶

♠ 理系学部

1　さいころを繰り返し投げて，n 回目に出た目の数を X_n とし，$a_n = X_1X_2\cdots X_n$ とする．このとき，各 n について，$a_n \leqq 9$ となる確率を求めよ．

2　$a > 1,\ a > p > 0$ とする．2 直線 $l_1 : y = 2x - 1,\ l_2 : y = a$ の交点を S, l_1 と x 軸の交点を T とし，y 軸上の点 $\mathrm{P}(0,\ p)$, l_1 上の点 $\mathrm{A}(1,\ 1)$, l_2 上の点 $\mathrm{Q}(q,\ a)$ をとる．$\angle\mathrm{PQS} = 135^\circ$, $\angle\mathrm{AQS} = 45^\circ$ であるとき，次の問いに答えよ．

(1)　$p,\ q$ それぞれを a で表せ．

(2)　$\angle\mathrm{PAT} = \angle\mathrm{QAS}$ であるとき，$p,\ a$ それぞれの値を求めよ．

3　楕円 $E : \dfrac{x^2}{8} + y^2 = 1$ について，次の問いに答えよ．

(1)　E 上の点 $(a,\ b)$ における E の接線の x 切片と y 切片の和を a で表したものを $f(a)$ とするとき，$f(a)$ を求めよ．ただし，$a > 0,\ b > 0$ とする．

(2)　$f(a)$ が最小となる a の値を求めよ．

4　$a > 0$ とするとき，関数 $f(x) = x^2 e^{-\frac{x}{a}}$ について，次の問いに答えよ．

(1)　$x = c$ で $f(x)$ が極大値をとるとき，c を a で表せ．

(2)　定積分 $\displaystyle\int_0^c f(x)\,dx$ を a で表せ．

♠ 文系学部

1　二等辺三角形 ABC において $\angle\mathrm{BAC} = 120^\circ$, $\mathrm{AB} = \mathrm{AC} = 1$ とする．辺 BC 上に点 D をとり，AD を一辺とする正三角形 ADE をつくるとき，次の問いに答えよ．

(1)　$\mathrm{BD} : \mathrm{DC} = m : n$ とするとき，正三角形 ADE の面積を $m,\ n$ で表せ．

(2)　二等辺三角形 ABC の面積が正三角形 ADE の面積の 3 倍になるとき，$m : n$ を求めよ．

2　理系学部 **1** と同じ．

3　理系学部 **2** と同じ．

4　$a < -\dfrac{1}{2},\ b > 1$ とする．放物線 $C : y = ax^2 + b$ と円 $x^2 + y^2 = 1$ の共有点が，$\mathrm{P}_1(p,\ q)$, $\mathrm{P}_2(-p,\ q)$ の 2 点のみとなるとき，次の問いに答えよ．ただし，$p > 0$ とする．

(1)　b を a で表せ．

(2)　$p,\ q$ それぞれを a で表せ．

(3)　座標平面の原点を O とする．$\angle\mathrm{P_1OP_2} = 90^\circ$ のとき，P_1 における放物線 C の接線と放物線 C および y 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ．

© 大学受験・数学塾　管理人：makoto

出題範囲と難易度

♣ 理系学部

1 標準 $\boxed{\text{I}}$ 確率

2 標準 $\boxed{\text{II}}$ 図形と方程式

3 標準 $\boxed{\text{III}}$ 微分法の応用・$\boxed{\text{C}}$ いろいろな曲線

4 基本 $\boxed{\text{III}}$ 微分法・積分法

♣ 文系学部

1 標準 $\boxed{\text{B}}$ ベクトル（平面）

2 標準 $\boxed{\text{I}}$ 確率

3 標準 $\boxed{\text{II}}$ 図形と方程式

4 標準 $\boxed{\text{II}}$ 微分積分

© 大学受験・数学塾　管理人：makoto

略解

◇ 理系学部

1　$\dfrac{n^3+15n^2+14n+6}{6^{n+1}}$

2　(1)　$p=2a-2,\quad q=2-a$

(2)　$p=\dfrac{8}{7},\quad a=\dfrac{11}{7}$

3　(1)　$f(a)=\dfrac{8}{a}+\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{8-a^2}}$

(2)　$a=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

4　(1)　$c=2a$

(2)　$\displaystyle\int_0^c f(x)\,dx=2a^3\left(1-\frac{5}{e^2}\right)$

◇ 文系学部

1　(1)　$\dfrac{\sqrt{3}(m^2-mn+n^2)}{4(m+n)^2}$

(2)　$m:n=2:1$ または $m:n=1:2$

2　理系学部 **1** と同じ．

3　理系学部 **2** と同じ．

4　(1)　$b=-\left(a+\dfrac{1}{4a}\right)$

(2)　$p=\sqrt{1-\dfrac{1}{4a^2}},\quad q=-\dfrac{1}{2a}$

(3)　$\dfrac{1}{12}$

© 大学受験・数学塾　管理人：makoto