

23

('14 東京大)

【難易度】…標準

u を実数とする．座標平面上の 2 つの放物線

$$C_1: y = -x^2 + 1$$

$$C_2: y = (x - u)^2 + u$$

を考える． C_1 と C_2 が共有点をもつような u の値の範囲は，ある実数 a, b により， $a \leq u \leq b$ と表される．

(1) a, b の値を求めよ．

(2) u が $a \leq u \leq b$ をみたすとき， C_1 と C_2 の共有点を $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ とする．ただし，共有点が 1 点のみのときは， P_1 と P_2 は一致し，ともにその共有点を表すとする． $2|x_1y_2 - x_2y_1|$ を u の式で表せ．

(3) (2) で得られる u の式を $f(u)$ とする．定積分 $I = \int_a^b f(u) du$ を求めよ．