

18

('04 富山医科薬科大)

【難易度】…標準

$a > 1$ を定数とする. $x > 0$ で定義された連続関数 $f(x)$ が, すべての $x > 0$ に対して $\int_x^{ax} f(t) dt = k$ を満たすとする. ただし, k は定数である.

- (1) $f(ax) = \frac{1}{a} f(x)$ であることを証明せよ.
- (2) $g(x) = xf(x)$ とするとき, $g(ax)$ を $g(x)$ を用いて表せ.
- (3) $n = 1, 2, \dots$ に対して, $g\left(\frac{1}{a^n}x\right)$ を $g(x)$ を用いて表せ.
- (4) さらに $f(x)$ が $\lim_{x \rightarrow +0} xf(x) = 1$ を満たすとする.
 - (a) $g(x)$ を求めよ.
 - (b) $f(x)$ を求めよ.
 - (c) 定数 k を a を用いて表せ.