

15 ('12 埼玉大)

【難易度】…標準

 t は $t \geq 0, t \neq 1$ を満たす実数とし, 行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} t^2 + t + 1 & -t(t+1) \\ t+1 & -t \end{pmatrix}$$

で定める. 以下の問いに答えよ.

- (1) 行列 $P = \begin{pmatrix} p & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ と $B = \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ が等式 $AP = PB$ を満たすとする. ただし $p \neq 1$ とする. このとき p, b を t を用いて表せ.
- (2) 自然数 n に対して, A^n の $(2, 2)$ 成分を $f(t)$ とおく. $f(t)$ を求めよ.
- (3) $\lim_{t \rightarrow 1} f(t)$ を求めよ.