

27 ('10 大阪大)

【難易度】…標準

$a > 0$ は定数, θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動く変数とする. xyz 空間で $(a \cos \theta, a \sin \theta, 0)$ に中心をもち半径が a の球を S とする. さらに, S を zx 平面により二分し y 軸の負の方向にある部分を S_1 , S を yz 平面により二分し x 軸の負の方向にある部分を S_2 とする.

(1) S_1 の体積 $V_1(\theta)$ を求めよ.

(2) S から S_1 と S_2 を取り除いた立体の体積を $V(\theta)$ とするとき, $V(\theta)$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) の最大値を求めよ.