

20

('82 岡山大)

【難易度】…標準

関数 $y = f(x)$ は $x \leq 0$ で連続で, $x < 0$ で第 1 次導関数および第 2 次導関数を持ち, 次の (ア), (イ) を満たす.

$$(ア) \quad f(-2) = -\frac{8}{3}, \quad f'(-2) = 2$$

(イ) 任意の負数 a に対して, 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線が, 曲線 $y = f'(x)$ 上の点 $(a, f'(a))$ における接線と直交する.

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $f'(x)$ を求めよ.
- (2) $f(x)$ を求めよ.
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = f'(x)$ および直線 $x = a$ ($a < 0$) で囲まれる部分の面積を $S(a)$ とするとき $\lim_{a \rightarrow -\infty} \frac{S(a)}{(-a)^r}$ が有限となるような r の範囲を求めよ.