

33

【難易度】…標準

次の関係式をみたす関数 $f(x)$ がある .

$$\int_0^x f(t) dt = f(x) + 1 + \int_{-x}^x f(t) dt$$

- (1) $f(0), f'(0)$ の値を求めよ .
- (2) a, b を実数とし , $f(x)$ が $f(x) = e^x(a \sin x + b \cos x)$ の形で与えられるとき , a, b の値を求めよ .
- (3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx + 1$ を示せ .
- (4) $f(x)$ が (2) で定めた関数のとき , 不等式

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, y \geq -1, y \leq f(x)$$

によって表される領域を D とする . D の面積 S を求めよ .