

34 ('06 愛知学院大)

【難易度】…基本

2人がじゃんけんをして、先に3回勝った方を優勝者とする。あいこも勝負の回数に含めるものとする。このとき、次の確率を求めよ。

- (1) ちょうど3回の勝負で優勝者が決まる確率。
- (2) ちょうど4回の勝負で優勝者が決まる確率。
- (3) ちょうど5回の勝負で優勝者が決まる確率。

【テーマ】: 確率の基本計算

方針

(2), (3) では、優勝が決まる直前までの状況を考えます。簡単な図をかくと理解しやすいでしょう。

基本問題なので、完答できなければいけません。高々5回のじゃんけんなので、実際に地道にすべての場合を書き出しても計算することは可能ですが、それではこの問題を一般化したような問題を解くことができません。本問は、反復試行の確率の計算をすればよいのですが、3回勝った時点で優勝が決まるので、注意しなければいけません。

ポイント

優勝が決まる直前までの勝敗を考える！

解答

- (1) じゃんけんをするとき手の出し方は同様に確からしいのでその確率はいずれも $\frac{1}{3}$ である。どちらが優勝するかで2通りあり、一方が3連勝すればよいので、求める確率は、

$$2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{2}{27} \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (2) どちらが優勝するかで2通りあり、一方が優勝するのは、3回目のじゃんけんが終了した時点で

- (i) 2勝1敗になっている方が4回目に勝つとき
- (ii) 2勝1分けになっている方が4回目に勝つとき

である。1敗か1分けになる確率は $\frac{2}{3}$ であるから、求める確率は、

$$2 \times {}_3C_1 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27} \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (3) (2)と同様に考える。どちらが優勝するかで2通りあり、一方が優勝するのは、4回目のじゃんけんが終了した時点で

- (i) 2勝2敗になっている方が5回目に勝つとき
- (ii) 2勝1敗1分けになっている方が5回目に勝つとき

(iii) 2勝2分けになっている方が5回目に勝つとき

である。2敗か1敗1分けか2分けになる確率は $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ であるから、求める確率は、

$$2 \times {}_4C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} = \frac{16}{81} \dots\dots (\text{答})$$

である。

◇

解説

大切なのは、最後の1回で優勝する人が勝つという部分です。例えば、(2)で4回のじゃんけんを次のようにまとめて計算するのは間違いです。

$$2 \times {}_4C_1 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

なぜなら、このような計算をすると、

(勝ち, 勝ち, 勝ち, 負け)

の場合も含まれてしまうからです。

余裕のある人は、この問題を一般化して考えてみましょう。