

問題 ('09 岩手大)

【難易度】… | 難 |

数列 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_k, \dots$ を次のように, 第 n 群が 2^{n-1} 個の項を含むように分ける.

$$\{a_1\}, \{a_2, a_3\}, \{a_4, a_5, a_6, a_7\}, \{a_8, a_9, \dots, a_{15}\}, \{\dots\}, \dots$$

- (1) 第 n 群の初項と末項を求めよ.
- (2) $a_k = \frac{1}{k}$ のとき, 第 n 群に含まれる項の和は $\frac{1}{2}$ より大きいことを示せ.
- (3) $a_k = \frac{1}{k^2}$ のとき, 第 1 群から第 n 群までのすべての項の和は 2 を超えないことを示せ.