

**問題** ('69 北海道大)

【難易度】…標準

数列  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  において

$$a_1 = 3, \quad a_2 = \frac{5}{3}, \quad a_n = \frac{1}{3}(4a_{n-1} - a_{n-2}) \quad (n \geq 3)$$

という関係がある。

(1)  $a_n$  を  $n$  の式で表せ。(2)  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\log(a_k - 1)\log(a_{k+1} - 1)}$  とおくとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ。ただし、対数は常用対数とする。